

П. Д. Андреев

Северный (Арктический) федеральный университет

им. М. В. Ломоносова, г. Архангельск,

pdandreev@mail.ru

ОБ ОТОБРАЖЕНИЯХ \mathbb{R} -ДЕРЕВЬЕВ, СОХРАНЯЮЩИХ ЕДИНИЧНОЕ РАССТОЯНИЕ

Вещественным деревом, или \mathbb{R} -деревом, называется геодезическое пространство, в котором каждая из сторон произвольного треугольника содержится в объединении двух других сторон. Некоторые эквивалентные определения и признаки \mathbb{R} -деревьев приведены в работах [1] – [3]. Применительно к геодезически полным \mathbb{R} -деревьям рассматривается следующая задача: при каких условиях всякое отображение метрического пространства на себя, строго сохраняющее единичное расстояние, является изометрией? Под отображением метрического пространства (X, d_X) в метрическое пространство (Y, d_Y) , строго сохраняющим единичное расстояние, понимается отображение $f : X \rightarrow Y$, при котором равенство $d_X(a, b) = 1$ для точек $a, b \in X$ выполнено тогда и только тогда, когда $d_Y(f(a), f(b)) = 1$. В [4] указанная задача решается для пространств неположительной кривизны в смысле Буземана. Точка x \mathbb{R} -дерева X называется точкой ветвления, если $X \setminus \{x\}$ имеет больше двух компонент связности.

Теорема 1. *Пусть X — геодезически полное \mathbb{R} -дерево, каждая точка которого является точкой ветвления. Тогда всякая биекция X на себя, строго сохраняющая единичное расстояние, является изометрией.*

Симплициальным деревом называется \mathbb{R} -дерево, имеющее топологию одномерного симплициального комплекса.

Теорема 2. Пусть X — симплициальное дерево, длины рёбер которого рациональные числа, представимые дробями, имеющими равномерно ограниченные знаменатели. Тогда X допускает биекцию на себя, строго сохраняющую единичное расстояние, не являющуюся изометрией.

Некоторые условия в теоремах 1 и 2 нельзя ослабить.

Теорема 3. Существует геодезически полное \mathbb{R} -дерево со всюду плотным множеством точек ветвления, допускающее биекцию на себя, строго сохраняющую единичное расстояние и не являющуюся изометрией.

Теорема 4. Существует геодезически полное симплициальное дерево с рациональными длинами рёбер, для которого всякая биекция на себя, строго сохраняющая единичное расстояние, является изометрией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bestvina M. *\mathbb{R} -trees in topology, geometry and group theory. Handbook of geometric topology.* Amsterdam – London, New York; Elsevier Science, 2002. – P. 55–91.
2. Андреев П. Д., Берестовский В. Н. *Размерности \mathbb{R} -деревьев и самоподобные фрактальные пространства неположительной кривизны* // Мат. труды. – 2006. – Т. 9. – С. 3–22.
3. Андреев П. Д. *Полулинейные метрические полурешётки на \mathbb{R} -деревьях* // Изв. вузов. Математика. – 2007. – № 4. – С. 3–13.
3. Андреев П. Д. *Задача А.Д. Александрова для пространств неположительной кривизны в смысле Буземана* // Изв. вузов. Математика. – 2009. – № 9. – С. 10–35.